

אוניברסיטת תל-אביב

פקולטה להנדסה

סמסטר א' תשפ"א, מועד ב'
תאריך: 28.07.2021

מס' ת.ז. _____

מבחן סוף סמסטר בחדו"א 1ב, הנדסה מכנית ומדע

המרצה: פרופ' יעקב יעקובוב

הנחיות

- משך הבחינה 3 שעות.
- יש לרשום את מס' תעודת זהות בראש הדף
- אסורה אחזקה של טלפון סלולרי, מחשב כף יד או כל מכשיר אלקטרוני אחר במהלך הבחינה.
- אין להשתמש בכל חומר עזר מלבד דף נוסחאות מצורף.
- אין להשתמש בשיטות אשר לא נלמדו בקורס.
- יש לענות על כל השאלות. ניקוד כל שאלה הוא 27 נקודות. סך כל הנקודות הוא 108, אך הציון המקסימלי שניתן לקבל הוא 100.
- אם אינכם יודעים לפתור שאלה או סעיף מסוים, נתונה לכם האפשרות, במקום לפתור את השאלה או את הסעיף, לסמן "אינני יודע/ת" (ולא לרשום שום דבר נוסף) ולקבל 20% (מעוגל למעלה) מערך הסעיף או השאלה.

ב ה צ ל ח ה !

כל הזכויות שמורות ©

מבלי לפגוע באמור לעיל, אין להעתיק, לצלם, להקליט, לשדר, לאחסן מאגר מידע, בכל דרך שהיא, בין מכנית ובין אלקטרונית או בכל דרך אחרת כל חלק שהוא מטופס הבחינה.

שאלה 1. (א) (17 נק') חשבו את האינטגרלים : $\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{x-\sqrt{x+1}+1} dx$ ו- $\int_0^{\pi/2} (\cos x)^3 dx$.

(ב) (10 נק') נניח כי סדרות $a_n \rightarrow +\infty$ ו- $b_n \rightarrow -\infty$. מצאו דוגמאות עבורן הסדרה $a_n + b_n$ מתכנסת לגבול סופי, מתכנסת (במובן הרחב) ל- $+\infty$, מתכנסת (במובן הרחב) ל- $-\infty$ או לא מתכנסת גם במובן הרחב.

שאלה 2. (א) (12 נק') חישבו את הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)(n+2)\dots(2n)}$.

(ב) (15 נק') נתונה פונקציה $(n, m \in \mathbb{N})$

$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin\left(\frac{1}{x^m}\right), & x \neq 0 \\ n - m, & x = 0 \end{cases}$$

לאיזה $n, m \in \mathbb{N}$ הפונקציה גזירה ב- $\mathbb{R}$? האם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ רציפה ב-0?

שאלה 3. (א) (14 נק') הוכיחו כי לכל $x > 0$ מתקיים $\frac{x}{1+x^2} < \arctan x < x$.

(ב) (13 נק') רשמו מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x) = x^{5/3} - \frac{5}{2}x^{2/3}$ ומצאו את כל האסימפטוטות שלה (אם יש).

שאלה 4. (א) (14 נק') בדקו האם האינטגרל הלא-אמיתי $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$ מתכנס או מתבדר.

(ב) (13 נק') הוכיחו כי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$ מתכנס. רמז: אם צריך, יש לחשב

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad \text{קודם}$$